Elementos de Estadística y Probabilidad

Tarea 1

Entregar: 1. i, ii, iv, v; 2. i, iv, v, vii; 3. ii; 4. i, ii; 5; 6; 7; 8; 9
Fecha de entrega: Lunes 15 de febrero, 2016.

1. Considere A, B, C eventos en el espacio Ω. Diga si las siguientes relaciones son ciertas o no en general. Si lo es demuestre, si no lo es, de un contraejemplo.

   i. $(AB) \cup C = (A \cup B) \cap (B \cup C)$
   ii. $A = (AB) \cup (AB^c)$
   iii. $(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C)$
   iv. $A \cup B \cup C = A \cup (B \setminus AB) \cup (C \setminus AC)$
   v. $(A \cup B) \setminus A = B$
   vi. $AB^cC \subset A \cup B$

2. Sean A, B y C tres eventos. Encontrar las expresiones de:

   i. Solamente A ocurre.
   ii. Ocurren tanto A como B pero no C.
   iii. Los tres eventos ocurren.
   iv. Por lo menos dos eventos ocurren.
   v. Ocurren únicamente dos eventos.
   vi. Ocurre uno y solo un evento.
   vii. No ocurre ningúno de los eventos.

3. Demuestre las Leyes de Morgan para el conjunto de eventos $\{A_i\}_1^\infty$. Esto es, demuestre que

   i. $(\bigcap_{i=1}^\infty A_i)^c = \bigcup_{i=1}^\infty A_i^c$
   ii. $(\bigcup_{i=1}^\infty A_i)^c = \bigcap_{i=1}^\infty A_i^c$

   Nota: Las leyes de Morgan se cumplen para una conjunto de eventos $\{A_i\}_{i\in\Lambda}$, donde Λ es un conjunto arbitrario (finito, numerable o no numerable).

4. Un experimento consiste de seleccionar al azar tres microchips de la producción de una fábrica y probarlos. Cada chip "funciona" o "no funciona". Si A es el evento El primer chip seleccionado funciona, B el evento el segundo chip funciona y C el evento el tercer chip funciona.

   i. Describa el espacio muestral Ω para este experimento.
   ii. Liste los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos: $B, A \cup C, A \cup B \cup C, AB, A^cBC^c$, $(A \cup B^c)C, (A^cC) \cup (BC)$.

5. Suppose a password has to contain between six and eight digits, with each digit either a letter or a number from 1 to 9. There must be at least one number present.

   i. What is the total number of possible passwords?

ii. If you started to try passwords in random order, what is the probability you would find the correct password for a given situation within the first 1,000 passwords you tried?

6. Un lote consta de 10 artículos sin defecto, 4 con pequeños defectos y 2 con defectos graves. Se escogen aleatoriamente (y con la misma probabilidad que cualiquiera otros) dos artículos (sin sustitución), encontrar la probabilidad de que:

   i. ambos sean buenos
   ii. ambos tengan defectos graves
   iii. a lo menos uno sea bueno
   iv. a lo más uno sea bueno
   v. exactamente uno sea bueno
   vi. ninguno tenga defectos graves
   vii. ninguno sea bueno

7. En un lote de estacionamientos hay doce lugares en hilera. Un hombre observó que había ocho coches estacionados y que los cuatro lugares vacíos eran adyacentes uno al otro. Dado que hay cuatro lugares vacíos ¿es sorprendente este arreglo (es decir, indica que no hay aleatoriedad)? Para responder a esto obtenga la probabilidad de que los lugares vacíos sean contiguos si es que carros se estacionan en forma aleatoria.

8. *Difusión de Rumores.* En un pueblo de $n + 1$ habitantes, una persona le rumorea algo a una segunda persona, quien lo repite a una tercera, etc. En cada paso se escoge aleatoriamente (y con la misma probabilidad) al receptor del rumor de entre n personas disponibles. Encontrar la probabilidad de que el rumor pase r veces sin

   i. regresar al que lo originó
   ii. repetírsele a una persona

9. Dadas treinta personas, encontrar la probabilidad de que, de los doce meses, haya seis que contengan dos cumpleaos y seis que no contengan tres. Para resolverel problema suponga que las personas nacen con la misma probabilidad en cualquier mes del año.