Elementos de Estadística y Probabilidad

Tarea 4

Entregar: 1, 2, 4, 7.
Fecha de entrega: Lunes 7 de marzo, 2016.

1. Un estudiante espera ansiosamente un correo electrónico que le comunicará si el/ella ha sido aceptado en un programa de intercambio. El/Ella estima que las probabilidades condiciones de recibir el mensaje en cada día de la siguiente semana, dado que ha sido aceptado(a) o dado que no ha sido aceptado(a) y se resumen en la siguiente tabla

Día	P(Día que recibe correo$\mid$ aceptado(a))	P(Día que recibe correo$\mid$ no aceptado(a))
Lunes	0.15	0.05
Martes	0.20	0.10
Miércoles	0.25	0.10
Jueves	0.15	0.15
Viernes	0.10	0.20

   i. ¿Cuál es la probabilidad de que el mensaje se reciba en Lunes?
   ii. ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que el correo se reciba en martes dado que no se recibió el lunes?
   iii. Si no hay correo ni el lunes ni el martes ni el miércoles, ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) ?
   iv. ¿ Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) si el correo llega el jueves?
   v. ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) si el correo no llega la siguiente semana?

2. In a breeding experiment, the male parent is known to have either two dominant genes (symbolized by AA) or one dominant and one recessive (Aa). These two cases are equally likely. The female parent is known to have two recessive genes (aa). Since the offspring gets one gene from each parent, it will be either Aa or aa, and it will be possible to say with certainty which one.

   i. If we suppose one offspring is Aa, what is the probability that the male parent is AA?
   ii. If we suppose two offspring are both Aa, what is the probability that the male parent is AA?
   iii. If one offspring is aa, what is the probabjJity that the male parent is Aa?

3. Un aeroplano desaparece en vuelo. Se presume que es igualmente probable que haya caído en una de tres posibles regiones. Sea $1-\beta_i$ la probabilidad de que el aeroplano sea encontrado en la i-ésima región ($i = 1, 2, 3$) luego se ser buscado por tierra. La constatne β_i se llaman probabilidades de "pasar desapercibido" en la región i y la diferencia de una región a otra se atribuye a las diferentes condiciones geográficas y ambientales de éstas. ¿Cuál es la probabilidad de que el aeroplano cayera la la i-ésima región ($i = 1, 2, 3$) dado que luego de buscar en la primera región éste no se encuentra?

4. Dos jugadores A y B apuestan sobre los resultados de una moneda que se lanza repetidamente. En cada lanzamiento, si la moneda resulta en sol, A gana u peso de B, y cuando el resultado es águila, B gana un peso de A. El juego termina cuando alguno de los dos jugadores se queda sin dinero. Asumiendo que los resultados de los lanzamientos son independientes, la probabilidad de sol en cada tiro es p ($p \in (0, 1)$) y cada jugador comienza el juego con N pesos, ¿Cuál es la probabilidad de que A termine con todo el dinero?

5. *Peter and Paul have a disagreement, and they want to make a decision by throwing a coin. Paul suspects that the coin is biased. Design a rule so that they can come to a fair decision.

6. Sea X la v.a. la diferencia entre el número de soles y colas resultantes de tirar una moneda n veces.

   i. ¿Cuales son los posibles valores de X?

   ii. Si $n = 3$ calcule las probabilidades asociadas a cada valor que X puede tomar.

   iii. Obtenga la función de distribución de X.

7. Un libro "de apuestas" menciona esta estrategia "ganadora" para el juego de ruleta. Se recomienda que el jugados apueste un peso al rojo (que apaerece con probabilidad 18/38). Si el rojo aparece, entonces el jugador debe tomar el peso ganado y retirarse. Si el jugador pierde la apuesta (con probabilidad 20/38) debe apostar nuevamente un peso en los siguientes dos turnos y luego retirarse. Si X denota las ganacias (perdidas) del jugador cando se retira,

   i. Calcule $P(X > 0)$.

   ii. ¿Esta usted convencido(a) de que esta estrategia es de hecho una "ganadora"? Argumente su respuesta.

   iii. Encuentre $E(X)$.

8. * (de Méré's paradox). Se lanza uno o dos dado justos multiples veces.¿Cuál de los siguientes dos eventos tiene probabilidad más grande?

   i. Al menos resulta un 6 en cuatro tiros de un solo dado

   ii. Al menos resultan dos 6 simultáneos en 24 tiros de los dos dados.

9. Sean $A_1, A_2, \ldots$ eventos en $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Demuestre que para toda n se tiene

$$P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1).$$