



## Elementos de Estadística y Probabilidad

### Tarea 6

Entregar: 1-3 y 4i.

Fecha de entrega: Lunes 11 de abril, 2016.



1. Sea  $X$  una variable aleatoria discreta con función de probabilidad  $p$  dada por:

$x_i :$	-2	-1	0	1	2	3
$p_i :$	0.1	0.2	0.15	0.25	0.15	0.15

Sea  $Y$  la variable aleatoria definida por  $Y = X^2$ . Halle la función de probabilidad de  $Y$ . Calcule el valor de la función de distribución de  $X$  y de  $Y$  en los puntos 1,  $3/4$  y  $\pi - 3$ .

2. Sea  $X$  una variable aleatoria con fd:

$$f_X(x) = |1 - x|I_{[0,2]}(x).$$

- Grafíquela
  - Verifique que es una fd
  - Encuentre la media de  $X$  (analíticamente)
  - Encuentre la varianza de  $X$
3. Sea  $f(x, \theta) = \theta f_Y(x) + (1 - \theta)f_Z(x)$ , donde  $\theta$  es una constante fija tal que  $\theta \in (0, 1)$  y  $f_Y(\cdot)$  y  $f_Z(\cdot)$  son funciones de densidades.
- Muestre que  $f(\cdot; \theta)$  es una función de densidad
  - Encuentre la media y varianza de  $f(\cdot; \theta)$  en términos de la media y varianza de  $f_Y(\cdot)$  y  $f_Z(\cdot)$ .
4. Verifique que las siguientes funciones son densidades y obtenga la función de distribución correspondiente.
- $f(x) = \cos(x)I_{(0,\pi/2)}(x)$
  - $f(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)I_{(-1,1)}(x)$
5. Sea  $X$  una variable aleatoria con valores en  $[0, 1]$  y función de distribución  $F(x) = x^2$ .
- ¿Cuál es la densidad de  $X$ ?
  - Calcule las siguientes probabilidades:  $P(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4})$ ,  $P(X > \frac{1}{2})$ , y  $P(X \leq \frac{3}{4} | X > \frac{1}{2})$ .
6. Sea  $f_X(x; \theta) = (\theta x + 1/2)I_{(-1,1)}(x)$ , donde  $\theta$  es constante.
- ¿Para que valores de  $\theta$  es  $f_X(\cdot; \theta)$  una función de densidad?
  - Encuentre la media de  $X$
  - ¿Para qué valores de  $\theta$  se minimiza  $Var(X)$ ?