



# Confiabilidad y Análisis de supervivencia

## Tarea 1

**Fecha de entrega:** Jueves 8 de septiembre, 2017

1. Compruebe o refute las siguientes propiedades de la función de supervivencia
  - a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} S(x) = 0$
  - b.  $S(a) \geq S(b)$  si  $a < b$
  - c.  $S$  es continua por la derecha
2. Demuestre que si  $T$  es v.a no negativa tal que  $h_X(t) = c$ ,  $c \in \mathbb{R}^+$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}^+$ , entonces  $T$  se distribuye exponencial.
3. Considere que los tiempos de falla  $\{T_i\}$  son v.a. i.i.d. con fd

$$f(t) = \beta t \exp\left\{-\frac{\beta t^2}{2}\right\}, \quad t > 0, \beta > 0$$

- a. Obtenga la expresión general del EMV de  $\beta$  cuando se tienen  $n$  individuos pero un esquema de censura por la derecha progresiva de tipo I con  $m$  tiempos de censura  $\tau_1, \dots, \tau_m$  y remociones  $R_1, \dots, R_m$ .
- b. Simule 200 valores de esta variable aleatoria considerando  $\beta = 1/20$  con  $R_1 = \dots = R_m = 2$ ,  $m = 3$ . Para cada uno de los siguientes casos obtenga el EMV de  $\beta$  y basado en 1000 simulaciones del estimador grafique su distribución empírica.
  - i. Los tiempos de censura son  $\tau_1 = 3, \tau_2 = 6, \tau_3 = 10$
  - ii. Los tiempos de censura son  $\tau_1 = 1, \tau_2 = 2, \tau_3 = 4$Comente.

4. La censura (por la derecha) progresiva de tipo II consiste en lo siguiente. Se inicia con  $n$  individuos. Las primeras  $r_1$  fallas o muertes son registradas. Entonces  $n_1$  de los restantes  $n - r_1$  individuos son aleatoriamente seleccionados y removidos del experimento, quedando  $n - r_1 - n_1$ . Cuando  $r_2$  de estos individuos fallan,  $n_2$  de los restantes son aleatoriamente removidos y así sucesivamente.
  - a. Obtenga la expresión general de la verosimilitud para  $\theta$  (parámetro de la distribución de los tiempos de falla) considerando que solo se hacen  $n_1$  y  $n_2$  remociones luego de que se observan las primeras  $r_1$  fallas y luego las siguientes  $r_2$  fallas, respectivamente. Similarmente a la censura progresiva del tipo I, en esta segunda etapa se censuran ya todos los que fallan luego de la falla  $r_2$ , es decir  $n_2 = n - n_1 - r_1$ .
  - b. Obtenga la expresión de la verosimilitud cuando los tiempos de falla se distribuyen exponencial con media  $\lambda$  y de la expresión del EMV de  $\lambda$ .

5. Se quiere medir los tiempos de falla de un componente electrónico. Suponga que estos tiempos son va iid con fd  $f(x; \theta)$ . El encargado del experimentar la vida de  $n$  componentes erróneamente no registró los tiempos que fueron menores a un valor  $c$  y ni registró cuantos componentes fallaron antes de  $c$ .
  - a. Si los tiempos de falla registrados son:  $x_1, x_2, \dots, x_k$  ( $k < n$ ), ¿cuál es la función de verosimilitud  $\theta$ ?

- b. Si los tiempos de falla se distribuyen exponencial con media  $\lambda$  y  $0 < c$ , ¿cual es el EMV de  $\lambda$ ?
6. Considere  $X_1, \dots, X_n$  v.a.i.id. discretas con fdp  $f(x)$  y funciones de distribución  $F(x)$  y de supervivencia  $S(x)$ .
- a. Obtenga la fdp de la  $k$ -ésima estadística de orden  $X_{(k)}$  ( $k < n$ )
- b. Diga por qué ésta no es igual a

$$\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} F(x)^{k-1} f(x) S(x^-)^{n-k}.$$