Elementos de Estadística y Probabilidad

Tarea 3

Entregar: 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11
Fecha de entrega: Miércoles 8 de marzo, 2017.

1. Tres personas A, B y C juegan un juego en el que tiran una moneda uno tras otro. A inicia, luego B, luego C, luego A nuevamente y así sucesivamente. La persona que tira la moneda y obtiene un sol primero es quien gana el juego.

   i. Obtenga el espacio muestral de este juego

   ii. Obtenga la probabilidad de que A gane el juego (considere que la moneda es justa)

2. Un cierto programa de cómputo opera usando una de dos diferentes subrutinas (A y B) dependiendo del problema. Basados en la experiencia, se sabe que la subrutina A y B se usan el 40% y el 60% de las ocasiones, respectivamente. Si A se usa, existe un 75% de probabilidad de que el probrama termine antes de 24 horas, mientras que si B se usa, existe un 50% de probabilidad de que termine antes de 24 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el programa termine de resolver el siguiente problema antes de 24 horas?

3. Pruebe cierto o de un contraejemplo a las siguientes afirmaciones. Sean A y B dos eventos,

   i. Si A y B son independientes entonces $P(AB|C) = P(A|C)P(B|C)$, donde C es un evento tal que $P(C) > 0$.

   ii. Si $P(A|B) = P(B)$ entonces A y B son independientes.

   iii. Si $P(A|B) \geq P(A)$ entonces $P(B|A) \geq P(B)$.

   iv. Si $P(B|A^c) = P(B|A)$ entonces A y B son independientes.

4. It is known that each of four people A, B, C, and D tells the truth in a given instance with probability 1/2. Suppose that A makes a statement, and then D says that C says that B says that A was telling the truth. What is the probability that A was actually telling the truth?

5. Un estudiante espera ansiosamente un correo electrónico que le comunicará si el/ella ha sido aceptado en un programa de intercambio. El/Ella estima que las probabilidades condiciones de recibir el mensaje en cada día de la siguiente semana, dado que ha sido aceptado(a) o dado que no ha sido aceptado(a) y se resumen en la siguiente tabla

Día	P(Día que recibe correo| aceptado(a))	P(Día que recibe correo| no aceptado(a))
Lunes	0.15	0.05
Martes	0.20	0.10
Miércoles	0.25	0.10
Jueves	0.15	0.15
Viernes	0.10	0.20

   i. ¿Cuál es la probabilidad de que el mensaje se reciba en Lunes?

   ii. ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que el correo se reciba en martes dado que no se recibió el lunes?

   iii. Si no hay correo ni el lunes ni el martes ni el miércoles, ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) ?

iv. ¿ Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) si el correo llega el jueves?

v. ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que él/ella sea aceptado(a) si el correo no llega la siguiente semana?

6. In a breeding experiment, the male parent is known to have either two dominant genes (symbolized by AA) or one dominant and one recessive (Aa). These two cases are equally likely. The female parent is known to have two recessive genes (aa). Since the offspring gets one gene from each parent, it will be either Aa or aa, and it will be possible to say with certainty which one.

   i. If we suppose one offspring is Aa, what is the probability that the male parent is AA?

   ii. If we suppose two offspring are both Aa, what is the probability that the male parent is AA?

   iii. If one offspring is aa, what is the probability that the male parent is Aa?

7. Un aeroplano desaparece en vuelo. Se presume que es igualmente probable que haya caído en una de tres posibles regiones. Sea $1 - \beta_i$ la probabilidad de que el aeroplano sea encontrado en la i-ésima región ($i = 1, 2, 3$) luego se ser buscado por tierra. La constatne β_i se llaman probabilidades de "pasar desapercibido" en la región i y la diferencia de una región a otra se atribuye a las diferentes condiciones geográficas y ambientales de éstas. ¿Cuál es la probabilidad de que el aeroplano cayera la la i-ésima región ($i = 1, 2, 3$) dado que luego de buscar en la primera región éste no se encuentra?

8. Dos jugadores A y B apuestan sobre los resultados de una moneda que se lanza repetidamente. En cada lanzamiento, si la moneda resulta en sol, A gana un peso de B, y cuando el resultado es águila, B gana un peso de A. El juego termina cuando alguno de los dos jugadores se queda sin dinero. Asumiendo que los resultados de los lanzamientos son independientes, la probabilidad de sol en cada tiro es p ($p \in (0, 1)$) y cada jugador comienza el juego con N pesos, ¿Cuál es la probabilidad de que A termine con todo el dinero?

9. Sea X la v.a. la diferencia entre el número de soles y colas resultantes de tirar una moneda n veces.

   i. ¿Cuales son los posibles valores de X?

   ii. Si $n = 3$ calcule las probabilidades asociadas a cada valor que X puede tomar.

   iii. Obtenga la función de distribución de X.

10. Sean $A_1, A_2, \ldots$ eventos en $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Demuestre que para toda n se tiene

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1).$$

11. Considere el ejemplo de cartas visto en clase. Se tienen 52 cartas divididas en 4 palos. Si cuatro personas se dividen todas las cartas aleatoriamente, ¿Cuál es la probabilidad de que cada uno tenga un as en su mano?. Cree una función que simula n veces la repartición de cartas y regresa la proporción de veces que se tiene que cada jugador tenga un as. ¿Qué pasa cuando el número de simulaciones son 1000 y cuando son 10,000?. Hint: Aunque las cartas son diferentes, solo nos interesas dos clases: "as" y "no as". puede encontrar las funciones "order" y "runif" (o "sample" sin reemplazo) de utilidad.